



دانشگاه سمنان - دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز - دکتر لطف الهی - سینتیک و طرح راکتور -
فصل هفتم: طرح راکتور برای واکنش های موازی

فصل هفتم کتاب را مطالعه کنید.

Octave Levenspiel, Chemical Reaction Engineering, Third Edition, 1999.

Home works:

Chapter 7: Design for Parallel Reactions

Chapter 7: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 19, 26

طرح راکتور برای واکنش های موازی

در فصل گذشته دیدیم که در واکنش های منفرد عملکرد (اندازه) یک راکتور تحت تاثیر چگونگی جریان در داخل آن قرار می گیرد. اکنون بحث خود را در مورد واکنش های چند گانه تعمیم داده و نشان خواهیم داد برای این قبیل واکنش ها **نیز اندازه راکتور لازم و توزیع محصولات واکنش تابع نوع جریان سیال در داخل راکتور** است.

تمام واکنش های چند گانه را می توان ترکیبی از دو نوع واکنش اولیه یعنی واکنش های موازی و واکنش های پشت سر هم تصور نمود. بدلیل آنکه این واکنش های اولیه سنگ بنای واکنش های پیچیده تری که سری موازی نامیده می شود، هستند.

بنابراین مطالعات ما دو جنبه خواهد داشت، **اول محاسبه اندازه راکتور و دیگر چگونگی توزیع محصولات واکنش.**

دو خواسته مورد نظر یعنی راکتور کوچک و توزیع مطلوب محصولات واکنش ممکن است با یکدیگر تباین داشته باشد به این معنی که یک طرح مشخص شاید از نظر یکی از خواسته ها بسیار خوب و از نظر خواسته دیگر نامطلوب

باشد، در چنین حالتی تجزیه و تحلیل اقتصادی بهترین صورت ممکن را روشن خواهد کرد. ولی به طور کلی نحوه

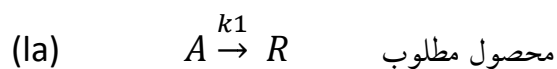
توزیع محصولات مهم تر بوده و به این دلیل در این فصل مناسب ترین طرح را از نظر توزیع محصولات یعنی عاملی

که هیچ گونه نقشی در واکنش های منفرد بعهدۀ نداشت بررسی می نماییم.

بالاخره در این فصل از اثر تراکم طرف نظر می نماییم یعنی فرض می کنیم $\varepsilon = 0$ باشد به عبارت دیگر عوامل زمان اقامت، زمان باقی ماندن در راکتور، زمان پر شدن و معکوس سرعت پر شدن را یکسان فرض کرده و به جای یکدیگر به کار خواهیم برد.

مطالعه کیفی درباره توزیع محصولات در واکنش های موازی

تجزیه A را از طریق دو مسیر زیر در نظر می گیریم:



معادلات سرعت مربوطه به قرار زیر فرض می شوند.

(2a) $r_R = \frac{dC_R}{dt} = k_1 C_A^{a_1}$

(2b) $r_S = \frac{dC_S}{dt} = k_2 C_A^{a_2}$

از تقسیم رابطه (2b) بر (2a) سرعت نسبی تشکیل R و S بدست می آید.

$$\frac{r_S}{r_R} = \frac{dC_S}{dC_R} = \frac{k_2}{k_1} C_A^{a_2 - a_1}$$

و ما می خواهیم که این نسبت تا حد امکان کوچک باشد.

۱- در حالتی که $a_2 - a_1 > 0$ در این رابطه تنها C_A را می توان تغییر داد و کنترل نمود k_1, k_2, a_1, a_2 در مورد یک سیستم خاص و در دمای ثابت مقادیری ثابت هستند) می توان مقدار C_A را در راکتور به یکی از طریق زیر پایین نگاهداشت.

با استفاده از یک راکتور *mixed*، زیاد گرفتن میزان تبدیل، افزایش اجسام بی اثر در خوراک ورودی و یا کاهش فشار در سیستم های گازی. بالعکس می توان مقدار C_A را با استفاده از یک راکتور *batch* و یا *plug* پایین گرفتن میزان تبدیل، حذف اجسام بی اثر در خوراک ورودی، و یا افزایش فشار در سیستم های گازی بالا نگاه داشت. ولی چنین شرطی مستلزم استفاده از راکتور بزرگتری نیز می باشد. متأسفانه در این حالت توزیع مطلوب محصولات واکنش مغایر با کوچکی ابعاد راکتور است، و بهترین طرح بایستی تعادلی بین این دو شرط متناقض برقرار نماید.

۲- در صورتیکه $a_1 > a_2$ و یا به عبارت دیگر درجه واکنش مطلوب بزرگتر از واکنش نامطلوب باشد، $a_2 - a_1$ منفی بوده و از معادله (۳) دیده می شود که غلظت A باید زیاد باشد زیرا نسبت S/R را کاهش می دهد. در نتیجه یک راکتور *batch* یا *plug* تولید R را افزایش داده و بعلاوه حداقل اندازه ممکن را خواهد داشت. اگر $a_1 > a_2$ و یا درجه واکنش مطلوب بزرگ تر از واکنش نامطلوب باشد برای افزایش تولید R احتیاج به غلظت بزرگتری از A است.

۳- در صورتیکه $a_1 = a_2$ و با درجات هر دو واکنش یکسان باشد، معادله به ۳ صورت زیر در خواهد آمد:

$$\frac{r_S}{r_R} = \frac{dC_S}{dC_R} = \frac{k_2}{k_1} = \text{constant}$$

و بنابراین توزیع محصولات بوسیله نسبت k_2/k_1 کنترل شده و ارتباطی با نوع راکتور نخواهد داشت

دانشگاه سمنان-دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز- دکتر لطف الهی- سینتیک و طرح راکتور-

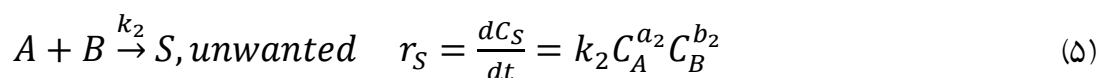
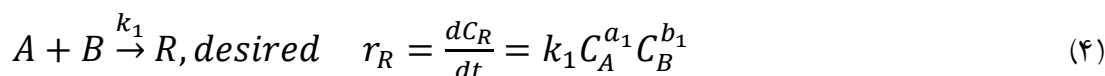
فصل هفتم: طرح راکتور برای واکنش های موازی

این عمل به یکی از دو طریق زیر صورت می گیرد:

۱- با تغییر درجه حرارت واکنش - اگر انرژی فعالیت دو واکنش متفاوت باشند یا تغییر دما نسبت k_2/k_1 تفاوت پیدا خواهد کرد.

۲- با استفاده از یک کاتالیزر- یکی از مهم ترین خواص کاتالیزر کند کردن و یا تند نمودن واکنش های خاص می باشد.

برای واکنش های موازی دیگر ، استدلال مشابه حالت قبل است ، مثلاً واکنش زیر را در نظر می گیریم:



از تقسیم رابطه ۵ بر ۴ نتیجه می شود

$$\frac{r_S}{r_R} = \frac{dC_S}{dC_R} = \frac{k_2}{k_1} C_A^{a_2-a_1} C_B^{b_2-b_1} \quad (6)$$

و نظر به اینکه R محصول مطلوب است، باید عبارت:

$$\frac{dC_S}{dC_R} = \frac{k_2}{k_1} C_A^{a_2-a_1} C_B^{b_2-b_1}$$

به حداقل برسد.

بنابر این باید به طور جدا گانه مقادیر $a_2 - a_1$ و $b_2 - b_1$ را برای تحقیق آنکه مثبت یا منفی هستند در نظر

گرفت این امر روشن خواهد کرد که مقادیر A و B کم و یا زیاد باید انتخاب شوند.

دانشگاه سمنان - دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز - دکتر لطف الهی - سینتیک و طرح راکتور -
فصل هفتم: طرح راکتور برای واکنش های موازی

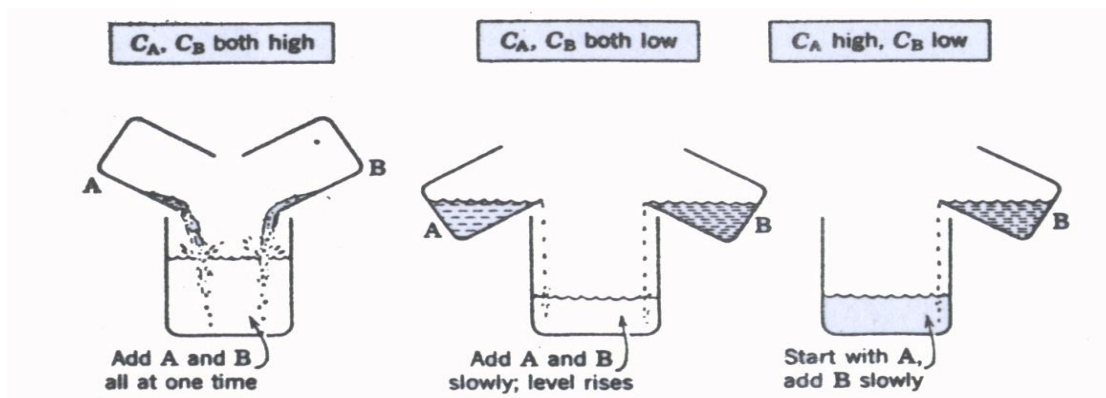
اکنون می توانید مطالب گفته شده را به شرح زیر خلاصه کرد.

برای واکنش های موازی، غلظت ترکیب شونده ها، کلید کنترل توزیع محصولات را تشکیل می دهد. غلظت زیاد از ترکیب شونده به نفع واکنش درجه بالاتر است. حال آنکه در مورد واکنش های هم درجه میزان غلظت تأثیری در توزیع محصولات ندارد.

این ترکیب با کنترل غلظت مولفه های تشکیل دهنده خوراک (مثلاً: با انتخاب بعضی از آنها به مقدار زیاد) و تعیین نحوه اختلاط سیالها میسر می گردد.

شکلهای ۱ و ۲ روش های تماس دو سیال ترکیب شونده را در حالت های مداوم و غیر مداوم وقتی غلظت هر دو زیاد و یا کم باشد و نیز وقتی غلظت یکی کم و دیگری زیاد تر است نشان می دهد. بطور کلی قبل از اینکه بتوان بهترین نحوه تماس سیال ها را تعیین کرد. بایستی تعداد سیال ها، امکان جریان برگشتی و بهای روش های مختلف عمل مورد مطالعه قرار گیرد.

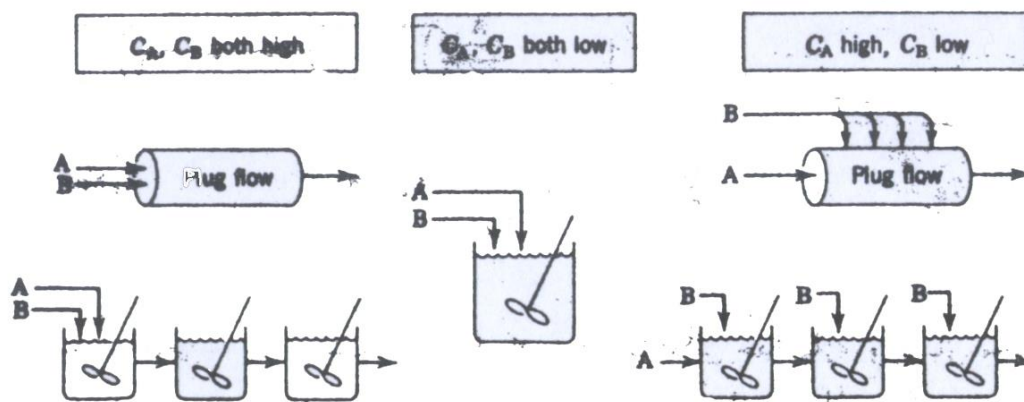
به هر حال استفاده از روش صحیح تماس عامل بسیار مهم در بدست آوردن توزیع مطلوب.



شکل ۱- روش های اختلاط ترکیب شونده ها به طور غیر مداوم برای آنکه غلظت های متفاوتی از آنها حاصل گردد.

دانشگاه سمنان-دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز- دکتر لطف الهی- سینتیک و طرح راکتور-
فصل هفتم: طرح راکتور برای واکنش های موازی

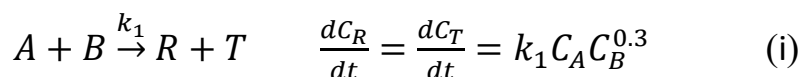
محصولات حاصل از این واکنش های چندگانه است.



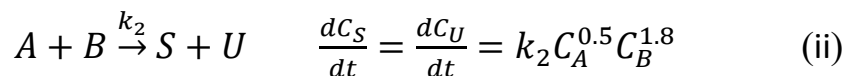
شکل ۲- روش های اختلاط ترکیب شوندگان بطور مداوم برای آنکه غلظت های متفاوتی از آنها حاصل گردد.

مثال ۱- نحوه اختلاط در واکنش های موازی:

واکنش مطلوب زیر در فاز مایع



همراه با واکنش نامطلوب زیر صورت می گیرد:



از نظر توزیع مطلوب محصولات بهترین و نامناسب ترین روش های اختلاط را با توجه به شکل ۲ مشخص نمایید.

حل:

از تقسیم رابطه (ii) بر (i) نسبت زیر بدست می آید:

$$\frac{r_S}{r_R} = \frac{k_2}{k_1} C_A^{-0.5} C_B^{1.8}$$

که باید تا حد امکان کوچک شود. به موجب قانون واکنش های موازی باید غلظت A زیاد و B کم باشد و نظر به اینکه وابستگی واکنش به غلظت B بیش تر از A است ، کم کردن غلظت B مهمتر از افزایش غلظت A خواهد بود. و بنابراین روش های اختلاط ترکیب شوندگان به ترتیب شکل E1 می باشد.

تذکر: مثال ۱ نتایج کیفی را تایید می نماید ، البته باید توجه داشت که روش های اختلاط دیگری نیز وجود دارد که از روش های مذکور در این مثال بهتر می باشد. مثلا اگر

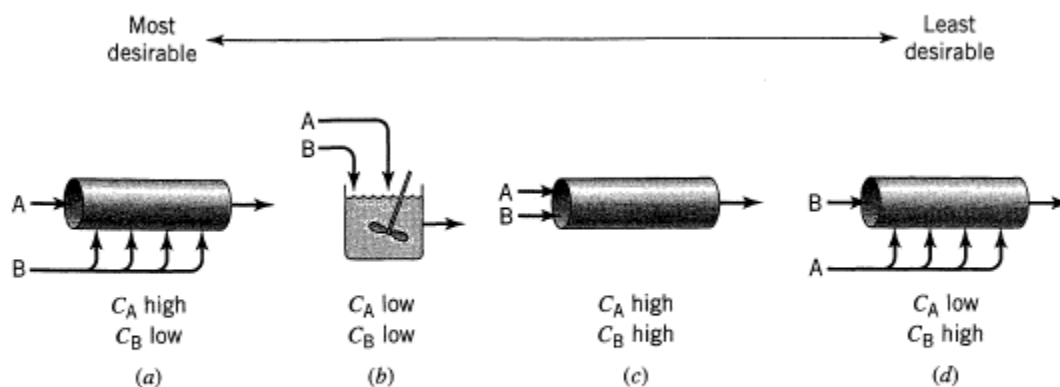


Figure E7.1

مطالعه کمی توزیع محصولات و اندازه راکتور- در صورتی که معادلات سرعت برای هر واکنش در دست باشد می

توان توزیع کمی محصولات و راکتور لازم را محاسبه کرد.

برای سهولت کار در محاسبه توزیع محصولات دو عامل Φ و ϕ را در نظر می گیریم.

ابتدا تجزیه ترکیب شونده ای مانند A را در نظر گرفته و فرض می کنیم Φ جزئی از A باشد که در هر لحظه به محصول واکنش یعنی R تبدیل می شود. ما این عامل را نسبت تشکیل آنی R می نامیم. بنابراین در هر غلظت A خواهیم داشت:

$$\Phi = \left(\frac{\text{مولهای R تولید شده}}{\text{مولهای A مصرف شده}} \right) = \frac{dC_R}{-dC_A} \quad (7)$$

به این دلیل عامل دیگری مثل Φ را به عنوان نموداری از تمام A تبدیل شده به R در نظر گرفته و آن را تابع تشکیل کلی R می نامیم. بنابراین تابع تشکیل کلی R مقدار متوسط تمام توابع تشکیل آنی در نقاط مختلف راکتور می باشد. پس می توانیم بنویسیم:

$$\Phi = \left(\frac{\text{all R formed}}{\text{all A reacted}} \right) = \frac{C_{Rf}}{C_{AO} - C_{Af}} = \frac{C_{Rf}}{(-\Delta C_A)} = \Phi \text{ in reactor} \quad (8)$$

در واقع تابع تشکیل کلی R برای ما حائز اهمیت است زیرا این عامل نحوه توزیع محصولات را در هنگام خروج راکتور بدست می دهد. مقدار متوسط Φ بستگی به نوع جریان مواد در داخل راکتور دارد. برای جریان plug که مقدار C_A به تدریج در طول راکتور تغییر نمی نماید خواهیم داشت:

$$-\Phi_P = \frac{-1}{C_{AO} - C_{Af}} \int_{C_{AO}}^{C_{Af}} \Phi dC_A = \frac{1}{\Delta C_A} \int_{C_{AO}}^{C_{Af}} \Phi dC_A \quad (9)$$

برای جریان mixed غلظت C_A در تمام نقاط برابر C_{Af} می باشد و بنابراین مقدار Φ در تمام راکتور ثابت بوده و خواهیم داشت.

$$\Phi_m = \Phi \text{ evaluated at } C_{Af} \quad (10)$$

تبدیل نسبی آنی در راکتور های *plug* که در آنها جسم *A* از غلظت C_{AO} به C_{Af} می رسد ، به وسیله روابط زیر به یکدیگر مربوط می شود.

$$\Phi_m = \left(\frac{d\Phi_p}{dC_A}\right)_{at C_{At}} \quad and \quad \Phi_P = \frac{1}{\Delta C_A} \int_{C_{AO}}^{C_{Af}} \Phi_m dC_A \quad (11)$$

با استفاده از این روابط می توان میزان تولید در یکی از این دو نوع راکتور را با در دست داشتن میزان تولید در راکتور دیگر محاسبه کرد.

در یک دسته از ۱ و ۲ و ... *N* راکتور *mixed* که در آنها غلظت *A* برابر C_{A2} ، C_{A1} و ... C_{AN} می باشد، تولید کلی را می توان با جمع تولید آنی در هر یک از *N* راکتور و با در نظر گرفتن میزان واکنش در هر واحد بدست آورد. بنابراین

$$\varphi_1(C_{AO} - C_{A1}) + \dots + \varphi_N(C_{A,N-1} - C_{AN}) = \Phi_{N \text{ mixed}}(C_{AO} - C_{AN})$$

و از رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\Phi_{N \text{ mixed}} = \frac{\varphi_1(C_{AO}-C_{A1})+\varphi_2(C_{A1}-C_{A2})+\dots+\varphi_N(C_{A,N-1}-C_{AN})}{C_{AO}-C_{AN}} \quad (12)$$

برای هر نوع راکتور غلظت *R* خروجی را می توان مستقیماً از معادله (۸) بدست آورد.

$$C_{Rf} = \Phi(C_{AO} - C_{Af}) \quad (13)$$

شکل ۳ چگونگی بدست آوردن C_R را در انواع راکتور نشان می دهد. در مورد یک راکتور *mixed* و یا یک سری راکتور *mixed* بهترین غلظت خروجی که مقدار C_R را ماکزیمم نماید با روش حداکثر ساختن سطح مستطیل بدست می آید.

دانشگاه سمنان-دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز- دکتر لطف الهی- سینتیک و طرح راکتور-
فصل هفتم: طرح راکتور برای واکنش های موازی

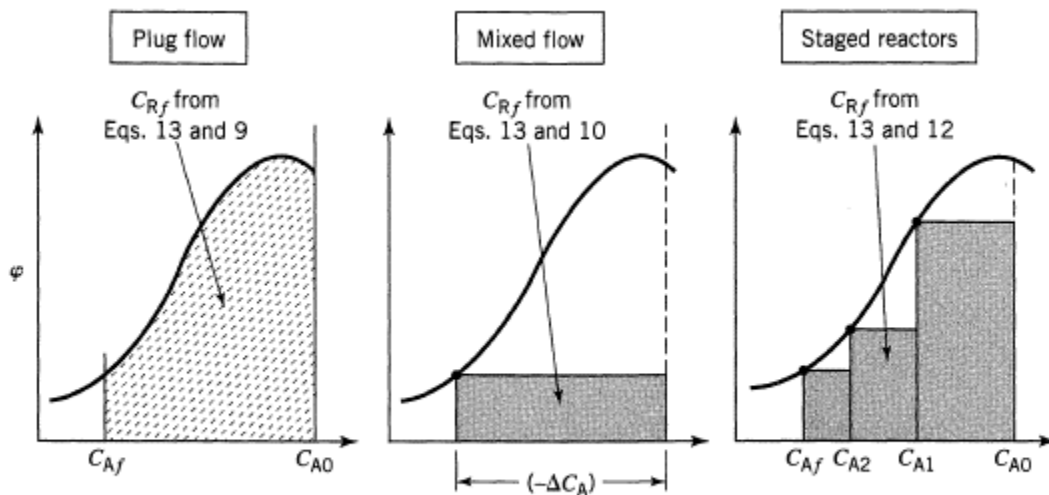


Figure 7.3 Shaded and dashed area gives total R formed.

شکل منحنی ϕ بر حسب C_A نشان می دهد که چه نوع جریان سیال بهترین نحوه ی توزیع محصولات را بدست خواهد داد و در شکل ۴ این قبیل منحنی ها در حالتی که جریان های plug ، mixed و plug در اتصال با mixed بهترین وضعیت را تشکیل می دهند مشاهده می شود.

دانشگاه سمنان-دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز- دکتر لطف الهی- سینتیک و طرح راکتور-
فصل هفتم: طرح راکتور برای واکنش های موازی

The Selectivity. Another term, the selectivity, is often used in place of fractional yield. It is usually defined as follows:

$$\text{selectivity} = \left(\frac{\text{moles of desired product formed}}{\text{moles of undesired material formed}} \right)$$

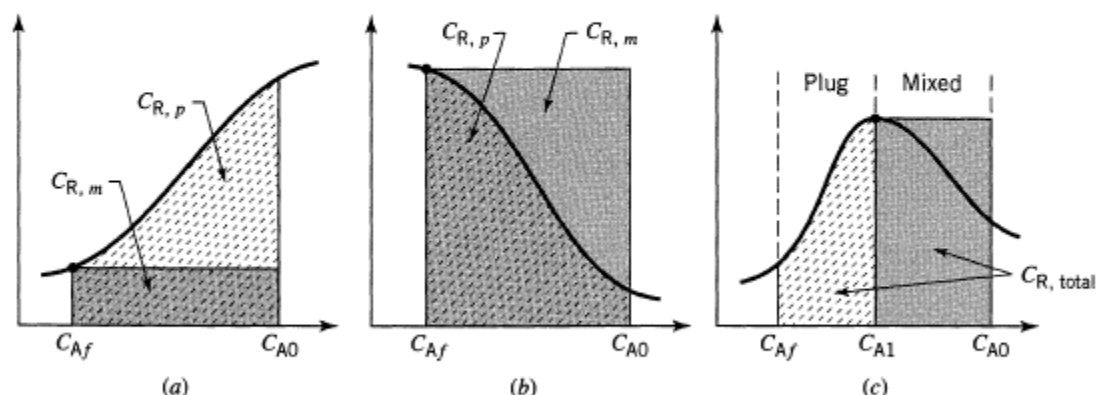


Figure 7.4 The contacting pattern with the largest area produces most R: (a) plug flow is best, (b) mixed flow is best, (c) mixed flow up to C_{A1} followed by plug flow is best.

شکل ۴- روش تماسی که در آن سطح عملکرد بیشترین مقدار را دارد حداکثر R را تولید می نماید. (a) جریان
plug بهترین است. (b) جریان mixed بهترین است. (c) جریان mixed تا نقطه C_{A1} و به دنبال آن جریان
plug بهترین است.

دانشگاه سمنان-دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز- دکتر لطف الهی- سینتیک و طرح راکتور-

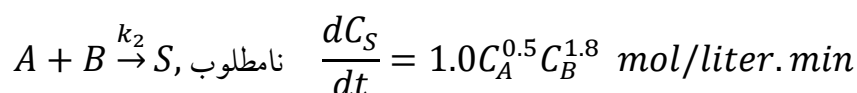
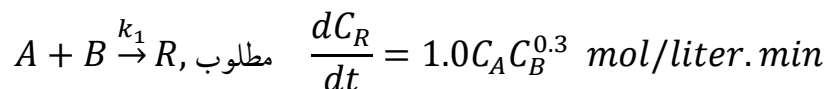
فصل هفتم: طرح راکتور برای واکنش های موازی

محاسبه حجم راکتور لازم با آنچه در مورد واکنش های منفرد دیدیم تفاوتی ندارد زیرا به خاطر داریم سرعت از بین رفتن یک جسم در مسیر های متعدد در یک واکنش برابر با مجموع سرعت های از بین رفتن آن جسم در هر مسیر می باشد یعنی

$$r = r_1 + r_2 + \dots$$

مثال ۲- توزیع محصولات در واکنش های موازی

در واکنش رقابتی زیر که در فاز مایع انجام می گیرد:



مقدار ناخالصی را در محصولات خروجی از راکتور که از ۹۰٪ تبدیل A و B خالصی هر کدام به غلظت اولیه ۲۰ mol/litr بدست آمده است حساب کنید.

(a): در راکتور plug

(b): در راکتور mixed

(c): در سیستمی بهتر از دو حالب قبل و شامل راکتور های (A)-mixed(B) plug مطابق مثال ۱-۷.

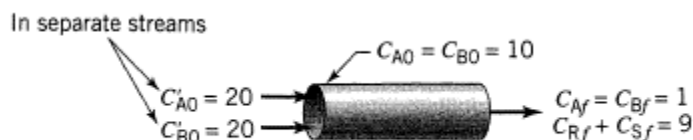


Figure E7.2a

حل:

در مورد این واکنش تشکیل آنی R با رابطه زیر داده می شود.

$$\phi = \frac{dC_R}{dC_R + dC_B} = \frac{k_1 C_A C_B^{0.3}}{k_1 C_A C_B^{0.3} + k_2 C_A^{0.5} C_B^{1.8}} = \frac{1}{1 + C_A^{-0.5} C_B^{1.5}}$$

(a) Plug flow - با ملاحظه شکل ضمیمه $E2_a$ و توجه به اینکه غلظت های اولیه هر کدام از اجسام A و B

در مخلوط خوراک ورودی برابر $C_{AO} = C_{BO} = 10 \text{ mol/litr}$ می باشد و نیز $C_A = C_B$ است ، با

استفاده از معادله (۸) خواهیم داشت:

$$\Phi_p = \frac{-1}{C_{AO} - C_{Af}} \int_{C_{AO}}^{C_{Af}} \phi dC_A = \frac{-1}{10 - 1} \int_{10}^1 \frac{dC_A}{1 + C_A} = \frac{1}{9} \ln(1 + C_A) \Big|_1^{10} \\ = 0.19$$

بنابراین میزان ناخالصی در محصولات R-S برابر ۸۱٪ می باشد.

(b) Mixed flow - با مراجعه به شکل $E2_b$ و استفاده از معادله (۹) خواهیم داشت:

$$\Phi_m = \phi = \frac{1}{1 + C_{Af}} = \frac{1}{1 + 1} = 0.5$$

و بنابراین ناخالصی ها در محصول R-S در این حالت برابر ۵۰٪ است.

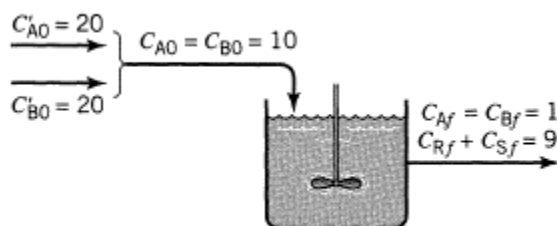


Figure E7.2b

(c) plug (A)-mixed (B) با فرض آنکه B به ترتیبی داخل راکتور شود که غلظت آن در طول راکتور برابر

$C_B = 1 \text{ mol/litr}$ فرض می شود و غلظت A از ۱۰ به ۱ می رسد، غلظت ها مطابق آنچه در شکل

E2a نشان داده شده خواهد گردید.

با محاسبه تغییرات C_A در سراسر راکتور خواهیم داشت:

$$\phi = \frac{dC_R}{dC_R + dC_S} = \frac{k_1 C_A C_B^{0.3}}{k_1 C_A C_B^{0.3} + k_2 C_A^{0.5} C_B^{1.8}} = \frac{1}{1 + C_A^{-0.5} C_B^{1.5}}$$

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{-1}{C_{A0} - C_{Af}} \int_{C_{A0}}^{C_{Af}} \phi dC_A = \frac{-1}{19 - 1} \int_{10}^1 \frac{dC_A}{1 + C_A^{-0.5} (1)^{1.5}} = \frac{1}{18} \int_1^{10} \frac{dC_A}{1 + C_A^{-0.5}} \\ &= \frac{1}{18} \left[(10 - 1) - 2(\sqrt{10} - 1) + 2 \ln \frac{1 + \sqrt{10}}{2} \right] = 0.741 \end{aligned}$$

و در نتیجه ناخالصی در محصول R-S برابر ۲۵/۹۰٪ می باشد.

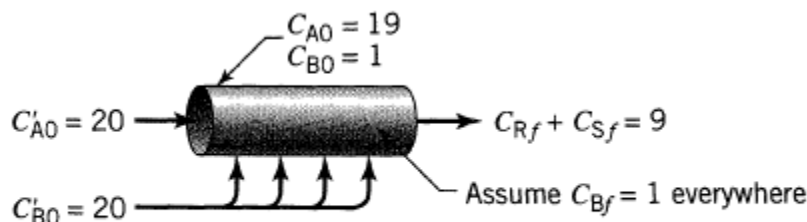
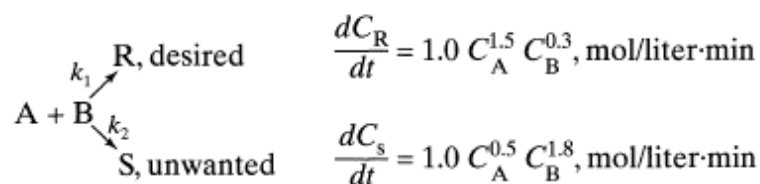


Figure E7.2c

EXAMPLE 7.2. PRODUCT DISTRIBUTION FOR PARALLEL REACTIONS

Consider the aqueous reactions



For 90% conversion of A find the concentration of R in the product stream. Equal volumetric flow rates of the A and of B streams are fed to the reactor, and each stream has a concentration of 20 mol/liter of reactant.

The flow in the reactor follows.

- (a) Plug flow
- (b) Mixed flow
- (c) The best of the four plug-mixed contacting schemes of Example 7.1.

**SOLUTION**

As a warning, be careful to get the concentrations right when you mix streams. We show this in the three sketches for this problem. Also, the instantaneous fractional yield of the desired compound is

$$\varphi\left(\frac{R}{A}\right) = \frac{dC_R}{dC_R + dC_S} = \frac{k_1 C_A^{1.5} C_B^{0.3}}{k_1 C_A^{1.5} C_B^{0.3} + k_2 C_A^{0.5} C_B^{1.8}} = \frac{C_A}{C_A + C_B^{1.5}}$$

Now let us proceed.

(a) Plug Flow

Referring to Fig. E7.2a, noting that the starting concentration of each reactant in the combined feed is $C_{A0} = C_{B0} = 10$ mol/liter and that $C_A = C_B$ everywhere, we find from Eq. 9 that

$$\Phi_p = \frac{-1}{C_{A0} - C_{Af}} \int \varphi dC_A = \frac{-1}{10 - 1} \int_{10}^1 \frac{C_A dC_A}{C_A + C_A^{1.5}} = \frac{1}{9} \int_1^{10} \frac{dC_A}{1 + C_A^{0.5}}$$

دانشگاه سمنان-دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز- دکتر لطف الهی- سینتیک و طرح راکتور-
 فصل هفتم: طرح راکتور برای واکنش های موازی

Let $C_A^{0.5} = x$, then $C_A = x^2$ and $dC_A = 2xdx$. Replacing C_A by x in the above expression gives

$$\begin{aligned}\Phi_p &= \frac{1}{9} \int_1^{\sqrt{10}} \frac{2xdx}{1+x} = \frac{2}{9} \left[\int_1^{\sqrt{10}} dx - \int_1^{\sqrt{10}} \frac{dx}{1+x} \right] \\ &= 0.32 \\ \therefore C_{Rf} &= 9(0.32) = \underline{\underline{2.86}} \\ C_{Sf} &= 9(1 - 0.32) = \underline{\underline{6.14}}\end{aligned}$$

(b) Mixed Flow

Referring to Fig. E7.2b, we have from Eq. 10, for $C_A = C_B$

$$\Phi_m \left(\frac{R}{A} \right) = \varphi_{at \text{ exit}} = \frac{1}{1 + C_A^{0.5}} = 0.5$$

Therefore Eq. 13 gives

$$\begin{aligned}C_{Rf} &= 9(0.5) = \underline{\underline{4.5 \text{ mol/liter}}} \\ C_{Sf} &= 9(1 - 0.5) = \underline{\underline{4.5 \text{ mol/liter}}}\end{aligned}$$

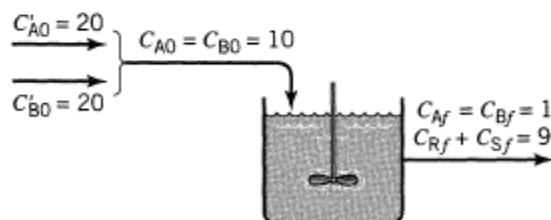


Figure E7.2b

دانشگاه سمنان-دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز- دکتر لطف الهی- سینتیک و طرح راکتور-
 فصل هفتم: طرح راکتور برای واکنش های موازی

(c) Plug Flow A—Mixed Flow B

Assuming that B is introduced into the reactor in such a way that $C_B = 1$ mol/liter throughout, we find concentrations as shown in Fig. E7.2c. Then accounting

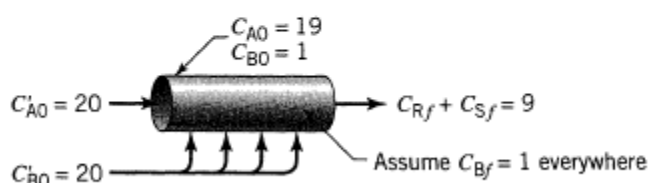


Figure E7.2c

for the changing C_A in the reactor, we find

$$\begin{aligned}\Phi\left(\frac{R}{A}\right) &= \frac{-1}{C_{A0} - C_{Af}} \int_{C_{A0}}^{C_{Af}} \phi dC_A = \frac{-1}{19 - 1} \int_{19}^1 \frac{C_A dC_A}{C_A + (1)^{1.5}} \\ &= \frac{1}{18} \left[\int_1^{19} dC_A - \int_1^{19} \frac{dC_A}{C_A + 1} \right] = \frac{1}{18} \left[(19 - 1) - \ln \frac{20}{2} \right] = 0.87\end{aligned}$$

Therefore

$$C_{Rf} = 9(0.87) = \underline{\underline{7.85 \text{ mol/liter}}}$$

$$C_{Sf} = 9(1 - 0.87) = \underline{\underline{1.15 \text{ mol/liter}}}$$

To summarize

For plug flow:	$\Phi\left(\frac{R}{A}\right) = 0.32$	and	$C_{Rf} = 2.86 \text{ mol/liter}$
For mixed flow:	$\Phi\left(\frac{R}{A}\right) = 0.50$	and	$C_{Rf} = 4.5 \text{ mol/liter}$
For the optimum:	$\Phi\left(\frac{R}{A}\right) = 0.87$	and	$C_{Rf} = 7.85 \text{ mol/liter}$

Note. These results verify the qualitative findings of Example 7.1.